

Chapitre 6

Perspective cavalière

Une représentation en perspective d'un solide de l'espace (à trois dimensions) sur un plan (deux dimensions) n'est pas évidente. Il existe plusieurs types de représentations en perspective. Dans la suite, nous étudierons la perspective *cavalière*, résultat d'une projection du solide sur un plan suivant une direction donnée.

L'architecte Jacques ANDROUËT DU CERCEAU (1510 - 1589) est l'un des premiers à employer la perspective cavalière de manière méthodique. Dans ses représentations, la façade du bâtiment est représentée à l'échelle.

La perspective cavalière actuellement utilisée en architecture est celle dûe à Auguste CHOISY (1841 - 1909). Dans cette perspective, ce sont les plans horizontaux qui sont représentés à l'échelle. L'avantage est que le plan du bâtiment n'est pas déformé : seules les lignes verticales sont réduites.

L'origine de l'expression *perspective cavalière* n'est pas connue avec certitude. Deux explications sont communément admises :

- une origine serait qu'un cavalier regardant du haut de son cheval un objet posé au sol le voit quasiment en perspective parallèle ;
- une autre origine tient au mot *cavalier* qui, en vocabulaire des fortifications, est un haut monticule de terre ; ainsi un observateur situé sur ce cavalier a une vue sur la campagne environnante proche d'une représentation en perspective cavalière.

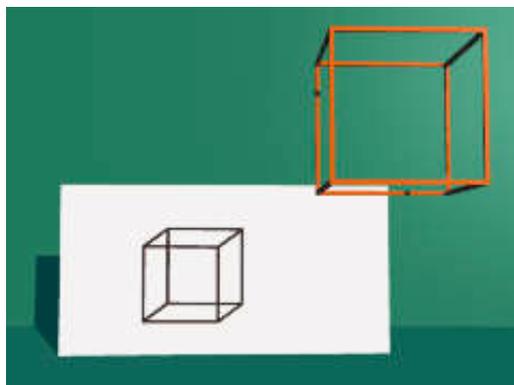
6.1 Premier exemple

On place un cube dans l'espace, face à un écran vertical. Une source lumineuse éclaire l'écran depuis l'arrière du cube ; tous les rayons lumineux étant parallèles les uns par rapport aux autres. Le cube est placé de sorte que deux de ses faces soient parallèles à l'écran et que deux autres soient horizontales.

Si les rayons de la source lumineuse ne sont pas perpendiculaires à l'écran, on obtient sur cet écran une *représentation en perspective cavalière* du cube.

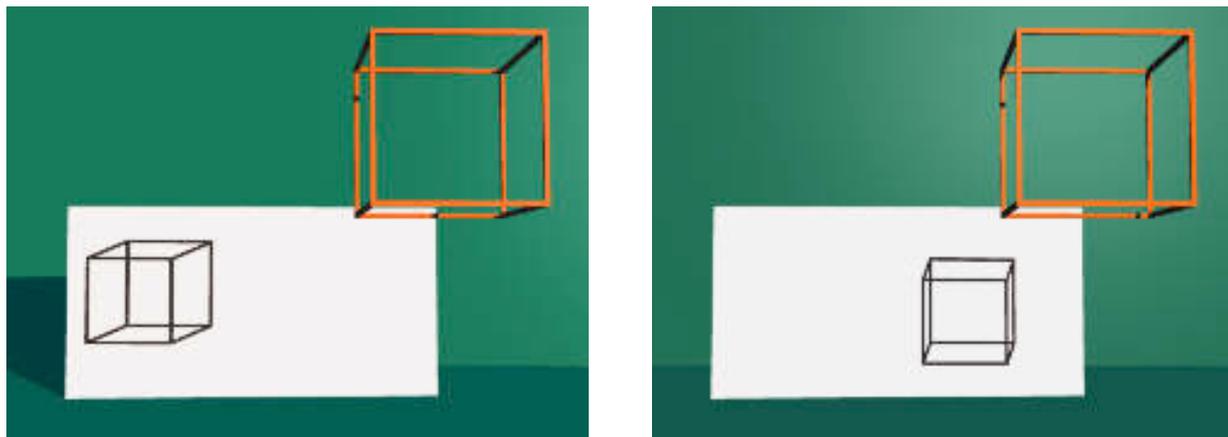
Si les rayons sont perpendiculaires à l'écran, on parle de perspective orthogonale. Dans la suite, on considèrera qu'on n'est pas dans cette situation.

Perspective cavalière :



Lorsqu'on représente un solide en perspective cavalière, la figure obtenue n'est pas unique. En effet elle dépend de la position du cube et de la source de lumière par rapport à l'écran. Ainsi,

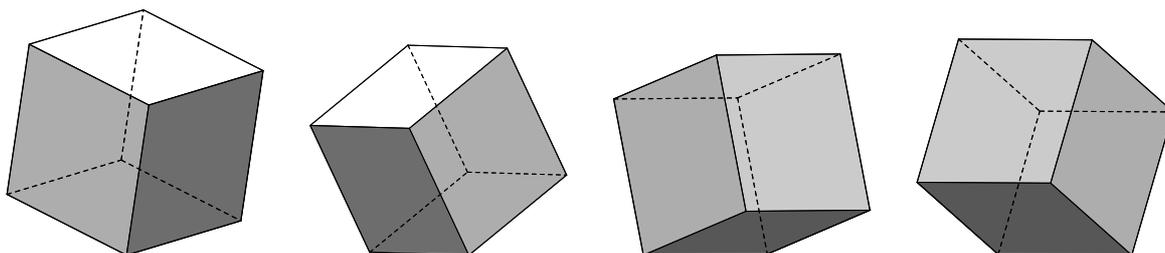
un même cube peut avoir plusieurs représentations en perspective :



En fait, une représentation en perspective cavalière est l'ombre de l'objet sur un écran.

6.2 Vocabulaire

le point de vue : c'est la position de l'observateur. Pour que la représentation donne une impression de volume, il faut que le point de vue soit décalé horizontalement et verticalement par rapport à l'objet :



un même cube depuis différents points de vue.

les faces frontales : ce sont les faces parallèles à l'écran. Ces faces sont représentées « à l'échelle » ; c'est à dire que les rapports de longueurs et les mesures des angles sont conservés ;

une fuyante : est une droite orthogonale à l'écran ;

les faces fuyantes : ce sont les faces latérales ou supérieures : celles qui sont orthogonales à l'écran.

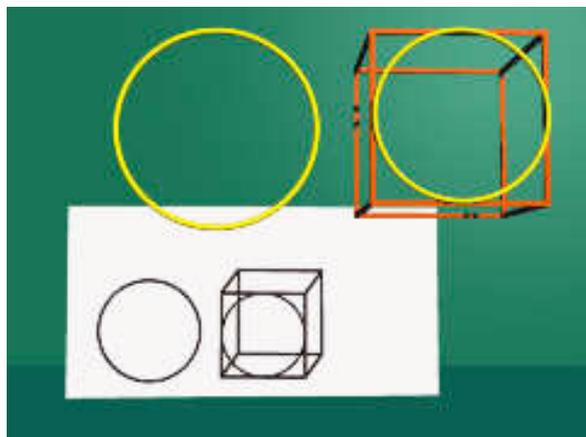
6.3 Conservations

Dans la suite de ce cours, on notera par des lettres majuscules les sommets des solides et par les mêmes lettres minuscules les sommets correspondants sur la représentation en perspective cavalière.

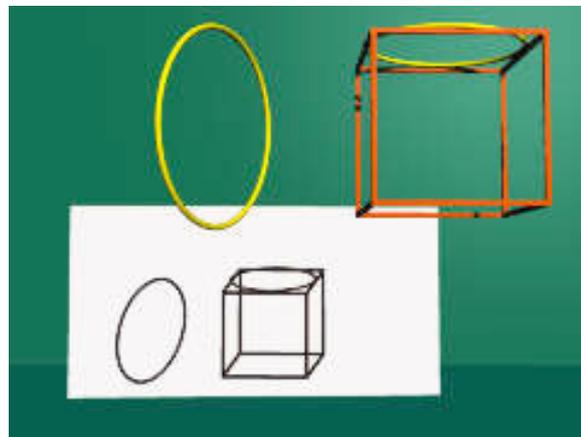
Ainsi, si $SABCD$ est une pyramide à base carrée, le nom de sa représentation en perspective cavalière est $sabcd$.

Voici quelques figures qui permettent d'illustrer les propriétés de conservations de la représentation en perspective cavalière :

Sur les faces frontales, les propriétés géométriques sont conservées : angles, rapports de longueur, parallélisme, orthogonalité, ...



Sur les faces fuyantes, ce n'est pas le cas le cercle inscrit dans la face supérieure du cube n'est pas un cercle sur la représentation en perspective :



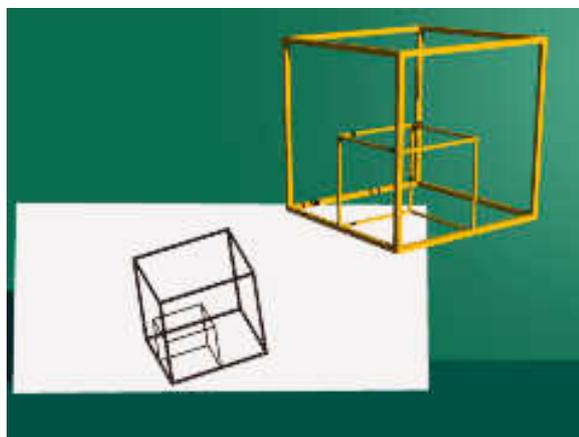
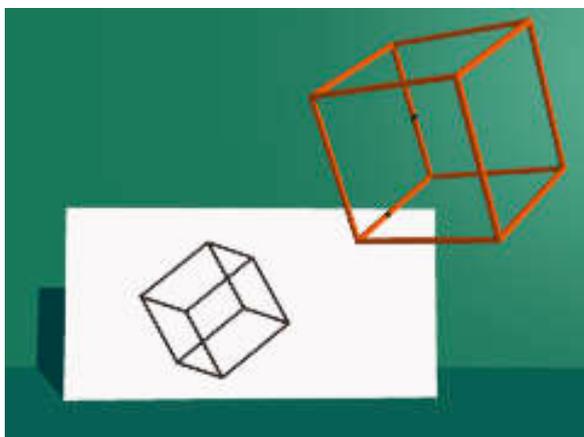
Quelques propriétés sont toujours conservées dans une représentation en perspective cavalière en particulier :

l'alignement : trois points alignés sur le solide sont aussi alignés sur la représentation en perspective cavalière ; Ainsi, si A , B et C sont alignés alors a , b et c le sont aussi ;

le parallélisme : deux droites parallèles sur le solide le sont aussi sur la représentation en perspective cavalière ; Ainsi, si $(AB) \parallel (CD)$ alors $(ab) \parallel (cd)$;

les rapports de longueurs de deux segments parallèles : si (AB) et (CD) sont deux droites parallèles d'un solide alors : $\frac{AB}{CD} = \frac{ab}{cd}$. Les milieux sont donc conservés : si M est le milieu de $[AB]$ alors m est le milieu de $[ab]$.

Illustrations :



On remarque sur ces figures, la préservation de l'alignement, du parallélisme et du milieu.

6.4 Règles de dessin

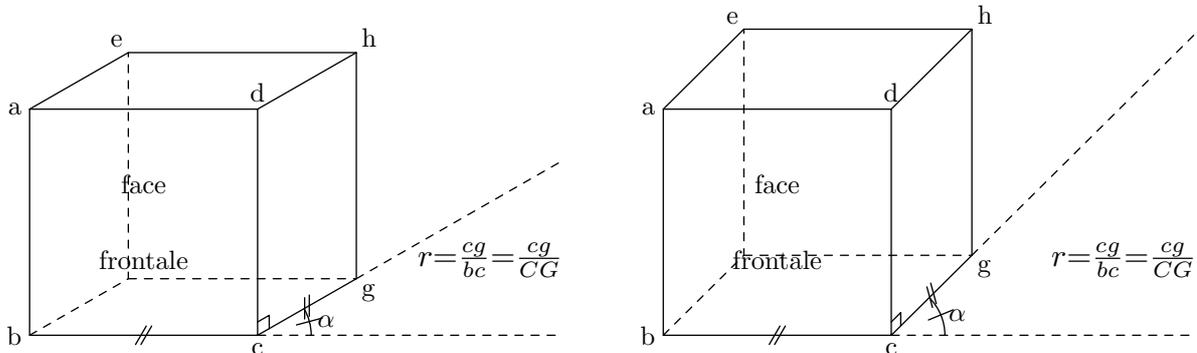
Une représentation en perspective cavalière est caractérisée par un rapport r et un angle dit *de fuite* α .

Le nombre r est le rapport sur la représentation en perspective de la longueur d'un segment parallèle au plan de projection (l'écran) par celle d'un segment de même longueur mais orthogonal au plan de projection. C'est aussi le rapport de la longueur de la représentation d'un segment par la longueur de ce segment si celui-ci est sur une ligne de fuite (c'est-à-dire orthogonal aux plans frontaux).

L'angle de fuite α est l'angle formé sur la représentation en perspective par une parallèle et une perpendiculaire aux plans frontaux.

Sur la figure ci-dessous à gauche, on a tracé en perspective cavalière un cube en utilisant $\alpha = 30^\circ$ et $r = \frac{1}{2}$. (CG) et (DH) sont des fuyantes.

L'AFNOR (Association française de normalisation) recommande d'utiliser la perspective cavalière $(\frac{1}{2}, 45^\circ)$, qu'elle appelle projection cavalière courante. Son inconvénient majeur est que les fuyantes et les diagonales du carré de la face frontale sont confondues. On a représenté ci-dessous à droite un cube en perspective cavalière courante.

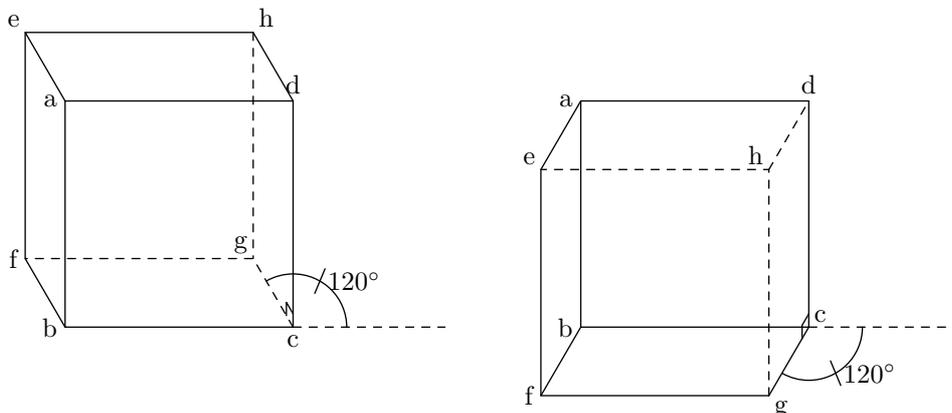


Remarque 6.1

Lien entre α et le point de vue de l'observateur :

- si $\alpha = 90^\circ$, le perspective est orthogonale ;
- si $\alpha \in]0 ; 90[$, le point de vue est à droite et au dessus de l'objet ;
- si $\alpha \in]90 ; 180[$, le point de vue est à gauche et au dessus de l'objet ;
- de même, si $\alpha < 0$, le point de vue est sous l'objet.

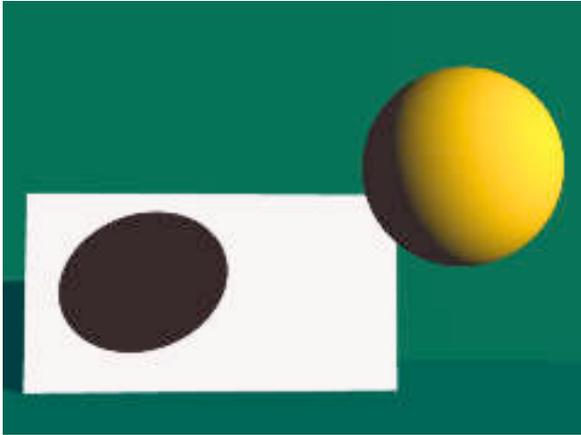
Sur les représentations ci-dessous, on a représenté un cube en perspective cavalière avec $\alpha = 120^\circ$ et $r = 0,35$ à gauche et avec $\alpha = -120^\circ$ et $r = 0,35$ à droite :



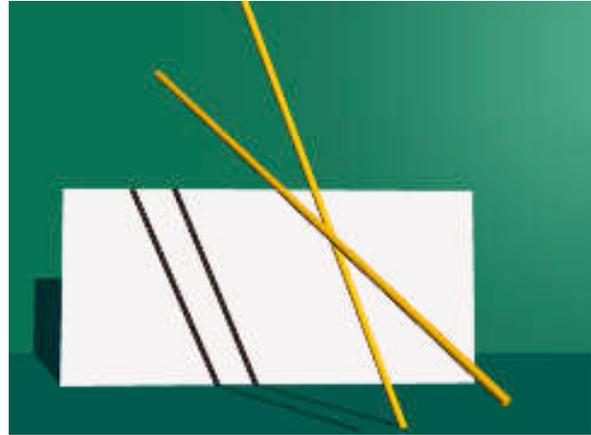
6.5 Surprises !

Attention, certaines représentations en perspectives sont surprenantes :

Une sphère n'est pas représentée par un disque :



Deux droites non-parallèles peuvent être représentées parallèles :



6.6 Quelques exemples



Cérémonie taoïste par Jiao Bing Zhen, 1689-1726