**Exercice 1.**
Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbf{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 3x + 1$. Soit $a$ un réel quelconque et $h$ un réel non nul.

1. Calculer le taux de variation de $f$ entre $a$ et $a+h$. Simplifier le résultat le plus possible.
2. En déduire que $f$ est dérivable en tout $a \in \mathbf{R}$ et donner son nombre dérivé en $a$.

**Exercice 2.**
Soit $f$ la fonction définie par $f(x) = \frac{-3}{x+2}$. On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère, $\Delta$ la droite d'équation $y = x$ et $\Delta'$ la droite d'équation $y = -x$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de $f$.
2. Soit $a \in \mathscr{D}_f$ et $h \neq 0$ tel que $a + h \in \mathscr{D}_f$.
   a. Calculer le taux de variation de $f$ entre $a$ et $a+h$.
   b. En déduire que $f$ est dérivable en tout $a \in \mathscr{D}_f$ et préciser son nombre dérivé.
3. Déterminer (s'il en existe) tous les points de $\mathscr{C}_f$ où la tangente à $\mathscr{C}_f$ est parallèle à $\Delta$.
4. Même question pour $\Delta'$.

**Exercice 3.**
Résoudre dans $\mathbf{R}$ l'inéquation suivante : $\frac{-2x+2}{x^2-1} \leq 1$.

**Exercice 4** (Paradoxe)**.**
Soit $a$, $b$ et $c$ trois réels deux à deux distincts. On considère l'équation suivante :

$$\frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)} + \frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} + \frac{(x-a)(x-c)}{(b-a)(b-c)} = 1$$

Chaque terme de la somme du membre de gauche est un polynôme du second degré. La somme des trois est donc aussi un polynôme.

1. Remplacer $x$ par $a$ dans le membre de gauche. En déduire que $a$ est solution de l'équation.
2. Même question en remplaçant $x$ par $b$ puis par $c$.
3. Ainsi, on a une équation du second degré qui admet trois solutions ($a$, $b$ et $c$). Votre prof de maths préféré vous a pourtant affirmé avec certitude (il vous l'a même démontré) qu'une équation du second degré pouvait avoir zéro, une ou deux solutions (et pas plus) ! Qui a tort ? (Le prof de maths ou le rédacteur de ce sujet[1] ?)

[1] Ces deux individus ne formant qu'une seule et même personne, celle-ci a forcément tort mais « sous quelle casquette » (prof ou rédacteur) ?