

p 26 ex 74.

a) f et g sont def sur \mathbb{R} donc $f+g$, λf , $f \circ g$ et $f \circ g$ aussi.

Soit $x \in \mathbb{R}$, on a $f(-x) = f(x)$ et $g(-x) = g(x)$

Calculons $(f+g)(-x) = f(-x) + g(-x) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{car } f \text{ et } g \text{ paires}}}{f(x) + g(x)} = (f+g)(x)$. Donc $f+g$ est paire.

• $(\lambda f)(-x) = \lambda \times f(-x) = \lambda \times f(x) = (\lambda f)(x)$. Donc λf est paire

• $(fg)(-x) = f(-x) \times g(-x) = f(x) \times g(x) = (fg)(x)$. Donc $f \cdot g$ est paire.

• $f \circ g(-x) = f(g(-x)) = f(g(x)) = f \circ g(x)$. Donc $f \circ g$ est paire.

b) $f+g$, λf , $f \circ g$ et $f \circ g$ sont toujours def. sur \mathbb{R}

Soit $x \in \mathbb{R}$. On a $f(-x) = -f(x)$ et $g(-x) = -g(x)$.

• $(f+g)(-x) = f(-x) + g(-x) = -f(x) - g(x) = -(f(x) + g(x)) = -(f+g)(x)$

Donc $f+g$ est impaire

• $(\lambda f)(-x) = \lambda \times f(-x) = -\lambda f(x) = -(\lambda f)(x)$. Donc λf est impaire

• $f \circ g(-x) = f(g(-x)) = f(-g(x)) = -f(g(x)) = -f \circ g(x)$

Donc $f \circ g$ est impaire

• $(fg)(-x) = f(-x) \times g(-x) = (-f(x)) \times (-g(x)) = f(x) \times g(x) = (fg)(x)$

donc fg est paire

p23 ex 14.

* $g \circ f(x)$ existe pour les $x \in D_f = \mathbb{R}_+$ tels que $f(x) \in D_g = \mathbb{R}$

donc $D_{g \circ f} = \mathbb{R}_+$

et pour $x \geq 0$, $g \circ f(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{x}) = \sqrt{x+3}$

* $f \circ g(x)$ existe pour les $x \in D_g = \mathbb{R}$ tels que $g(x) \in D_f = \mathbb{R}_+$.

on résout $g(x) \geq 0$ soit $x \geq -3$.

Donc $D_{f \circ g} = [-3; +\infty[$

et pour $x \geq -3$, $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x+3) = \sqrt{x+3}$

p23 ex 19

$D_f = \mathbb{R}_+$ (fonction racine)

on a : $x \xrightarrow{u} \sqrt{x} \xrightarrow{v} -4\sqrt{x} + 1$

avec $\begin{cases} u: x \mapsto \sqrt{x} \\ v: x \mapsto -4x + 1 \end{cases}$

donc $f = v \circ u$

p23 ex 20

$D_f = \mathbb{R}$ car la fonction sinus est def. sur \mathbb{R}

on a $x \xrightarrow{u} 3x \xrightarrow{v} \sin(3x)$

avec $\begin{cases} u: x \mapsto 3x \\ v: x \mapsto \sin x \end{cases}$

$f = v \circ u$

p23 ex 25

Les valeurs interdites de f sont les solutions de $x^2 - 4 = 0$

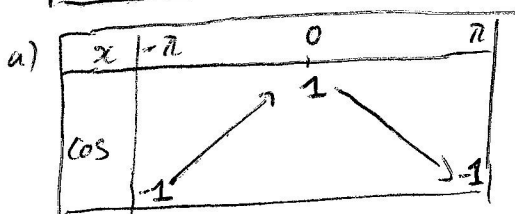
$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+2) = 0$
 $\Leftrightarrow x=2$ ou $x=-2$.

donc $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$

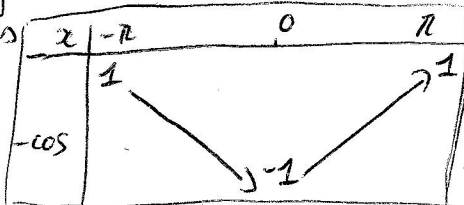
On a : $x \xrightarrow{u} x^2 \xrightarrow{v} x^2 - 4 \xrightarrow{w} \frac{1}{x^2 - 4}$ avec $\begin{cases} u: x \mapsto x^2 \\ v: x \mapsto x - 2 \\ w: x \mapsto \frac{1}{x} \end{cases}$

$f = w \circ v \circ u$

p23 ex 29



b) la fonction $x \mapsto -\cos x$ est le produit de la $f \circ \cos$ par le réel nég. -1 : les variétés sont donc inverses



la $f \circ x \mapsto 1 + \cos x$ admet les mêmes variétés que la $f \circ \cos$ ($f \circ$ associées)

