Ce corrigé donne les réponses[1] mais ne constitue en rien une rédaction « idéale ».

Exercice 1.

Partie A

1a $f'(0) = 1$: c'est le coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0.
2c $[-5\,;\,2[$: la fonction ln est définie sur $\mathbf{R}_+^*$ donc g est définie pour les x vérifiant $f(x) > 0$.
3c $g(0) = \ln(2)$: $g(0) = \ln(f(0)) = \ln(2)$.
4b $g'(1) = 0$: car $g = \ln(f)$ donc $g' = \frac{f'}{f}$ et donc $g'(1) = \frac{f'(1)}{f(1)} = \frac{0}{\mathrm{e}} = 0$.
5a $\lim\limits_{x\to 2} g(x) = -\infty$ car $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 0$ et $\lim\limits_{X\to 0} \ln(X) = -\infty$ et donc par composition…

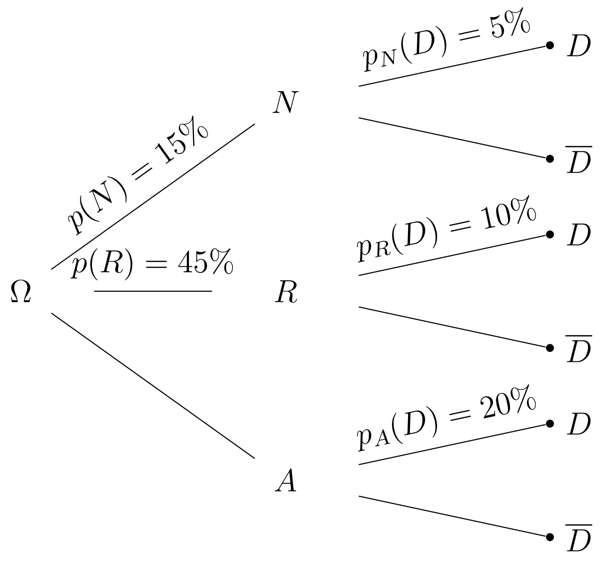
Partie B

1b $I \in [3\,;\,6]$ car I est l'aire délimitée par $\mathcal{C}_f$, (Ox), (Oy) (et la droite d'équation $x = 2$ qui ne sert pas à grand-chose !). Or cette aire contient au moins 3 carrés d'un cm de côté et en contient moins de 6.
2c en effet :
– sur $[-5\,;\,1]$, f est croissante donc f' doit être positive ; donc $C_{f'}$ est au dessus de (Ox) ;
– sur $[1\,;\,\frac{5}{2}]$, f est décroissante donc f' doit être négative ; donc $C_{f'}$ est sous (Ox).
$\mathcal{C}_3$ est la seule courbe vérifiant ces deux conditions.
3a en effet :
– sur $[-5\,;\,2]$, $f(x) \geq 0$ donc F est croissante ;
– sur $[2\,;\,\frac{5}{2}]$, $f(x) \leq 0$ donc F est décroissante.
$\mathcal{C}_1$ est la seule courbe qui convient.

Exercice 2.

L'écriture des nombres en pourcentage peut être remplacée par leur écriture décimale ($15\% = 0{,}15$ par exemple).

1.



2. $p(N \cap D) = p(N) \times p_N(D) = 15\% \times 5\% = 0{,}75\%$.
3. On utilise la formule des probabilités totales (N, R et A forment une partition de l'ensemble des ordinateurs) et on a $p(A) = 1 - (p(N) + p(R)) = 40\%$. Donc :
$p(D) = p(N \cap D) + p(R \cap D) + p(A \cap D) = 15\% \times 5\% + 45\% \times 10\% + 40\% \times 20\% = 0{,}132\,5$.
4. $P_D(A) = \frac{p(D\cap A)}{p(D)} = \frac{40\% \times 20\%}{0{,}132\,5} \approx 0{,}60$.

[1] Que le rédacteur espère justes. Sinon on considérera que c'est la fatigue accumulée suite aux cours dispensés aux TES3 du lycée Marlioz d'Aix les bains cette année qui lui aura fait commettre des erreurs…

5. Cette expérience est la répétition d'une épreuve de Bernoulli de paramètre $p = 0{,}132\,5$: le « succès » est d'avoir un ordinateur défaillant. Il s'agit donc d'une loi binomiale de paramètre $n = 3$ et p. En dressant l'arbre, on constate que trois chemins mènent à un succès pour deux échecs donc la probabilité cherchée est :
$3 \times 0{,}132\,5^1 \times (1 - 0{,}132\,5)^2 \approx 0{,}30$.

Exercice 3.
Partie I

1. Voir graphique.
2. a. Les coordonnées du point moyen sont $G(\overline{x}\,;\,\overline{y})$ soit $G(2\,;\,108{,}6)$.
   b. En utilisant la calculatrice, on obtient $a = 13{,}6$ et $b = 81{,}4$.
   c. Voir graphique.
   d. Pour 2007, l'indice x_i est 8. On calcule $y = 13{,}6 \times 8 + 81{,}4 = 190{,}2$. Avec cet ajustement, on peut donc estimer à 190 200 le nombre de véhicules vendus en 2007.
3. a. Voir graphique.
   b. L'ajustement n'est plus adapté car les nouveaux points sont éloignés de la droite D.
   c. On a la courbe d'équation $y = \mathrm{e}^{cx+d}$ qui passe par A et B donc les coordonnées de ces points vérifient l'équation de la courbe. On a donc le système suivant :

$$\begin{cases} 131{,}2 = \mathrm{e}^{4c+d} \\ 76{,}1 = \mathrm{e}^{8c+d} \end{cases} \iff \begin{cases} 4c + d = \ln(131{,}2) \\ 8c + d = \ln(76{,}1) \end{cases} \iff \begin{cases} 4c + d = \ln(131{,}2) \\ 4c = \ln(76{,}1) - \ln(131{,}2) \end{cases} \iff \begin{cases} d = \ln(131{,}2) - \ln\left(\frac{76{,}1}{131{,}2}\right) \\ c = \frac{1}{4}\ln\left(\frac{76{,}1}{131{,}2}\right) \end{cases} \iff \begin{cases} d = \ln\left(\frac{131{,}2^2}{76{,}1}\right) \\ c = \frac{1}{4}\ln\left(\frac{76{,}1}{131{,}2}\right) \end{cases}$$

   On obtient donc : $c \approx -0{,}136$ et $d \approx 5{,}421$.

Partie II

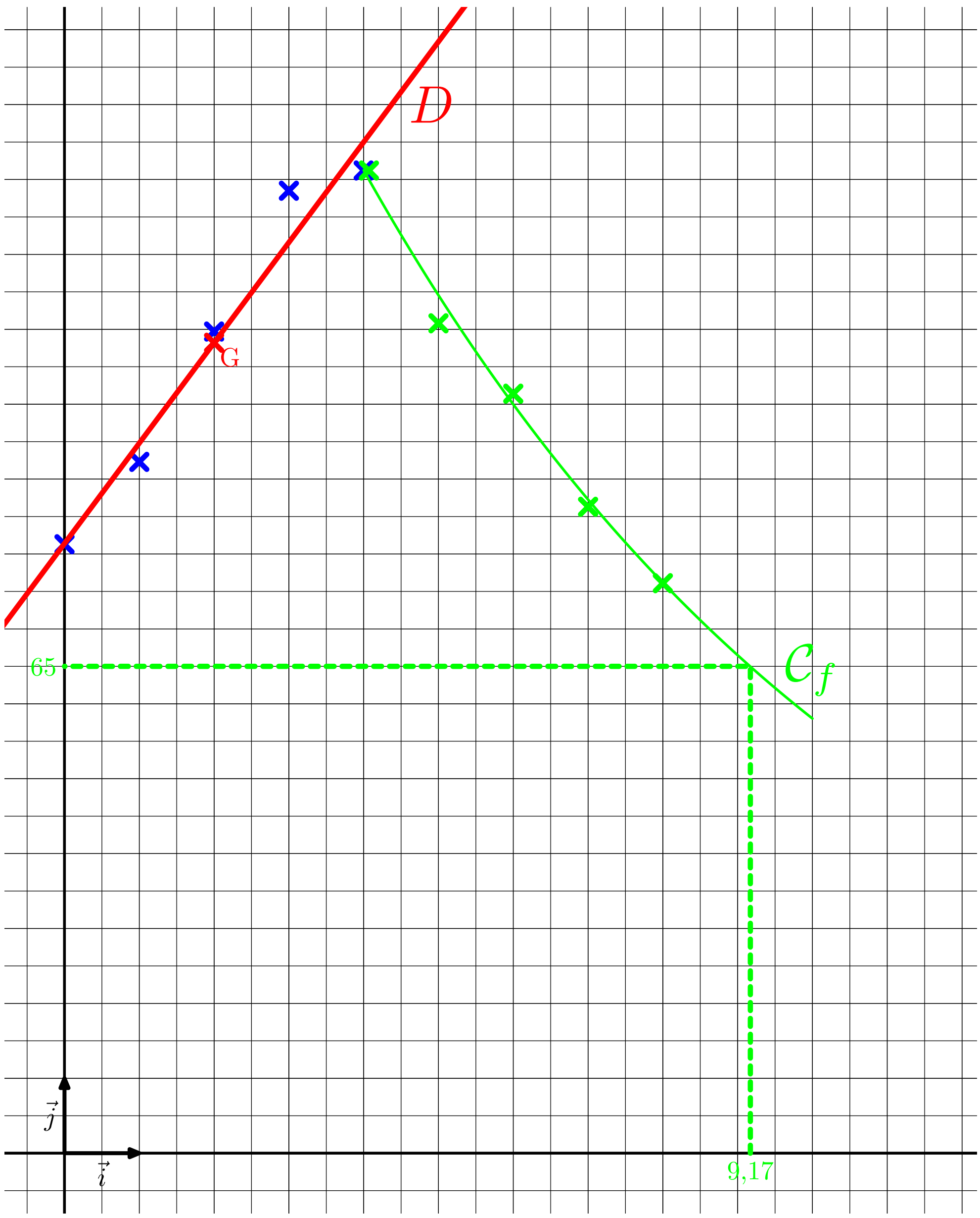
1. Pour $x \in [4\,;\,10]$, on a $f'(x) = -0{,}136\mathrm{e}^{-0{,}136x+5{,}421} < 0$. Donc sur cet intervalle, la fonction f est strictement décroissante.
2. Voir graphique.
3. a.

$$\begin{aligned} f(x) \leq 65 &\iff \mathrm{e}^{-0{,}136x+5{,}421} \leq 65 \\ &\iff -0{,}136x + 5{,}421 \leq \ln(65) \quad \text{car ln est croissante sur } \mathbf{R}_+^* \\ &\iff -0{,}136x \leq \ln(65) - 5{,}421 \\ &\iff x \geq \frac{\ln(65) - 5{,}421}{-0{,}136} \quad \text{car } -0{,}136 < 0 \end{aligned}$$

   La solution de l'inéquation est donc $\mathscr{S} = \left[\frac{5{,}421 - \ln(65)}{0{,}136}\,;\,10\right]$.

   On a $\frac{5{,}421 - \ln(65)}{0{,}136} \approx 9{,}2$; c'est donc à partir de $x = 10$ que l'entreprise doit prévoir cet arrêt soit en 2009.

   b. Voir graphique.



- en bleu : le nuage de points de la partie I, question 1 ;
- en rouge : le point moyen et la droite d'ajustement de ce nuage ;
- en vert : le deuxième nuage de points, la courbe $\mathcal{C}_f$ et les pointillés de la question 3b de la partie II.