Exercice 1.
Soit f la fonction définie sur $\mathbf{R}$ par $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 5x + 4{,}5$. On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère.

1. Résoudre $f(x) = 0$. Que peut-on en déduire pour $\mathscr{C}$?
2. Soit $a \in \mathbf{R}$ et $h \in \mathbf{R}^*$.
   a. Exprimer $f(a+h) - f(a)$ en fonction de a et h. Factoriser le résultat par h.
   b. En déduire une expression de $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$.
   c. En déduire le nombre dérivé de f en a.
3. Déterminer $f'(1)$ et $f'(4)$ (on pourra utiliser le résultat de la question 2).
4. Déterminer une équation de la tangente à $\mathscr{C}$ aux points d'abscisses 1 et 4.
5. Pour quelle valeur de a la tangente à $\mathscr{C}$ est-elle parallèle à l'axe des abscisses ?
6. En déduire les coordonnées du sommet de la parabole $\mathscr{C}$.
7. Tracer $\mathscr{C}$ dans un repère.

Exercice 2.
Soit f et g les fonctions définies sur $\mathbf{R}$ par $f(x) = x^3 - 2x + 3$ et $g(x) = 2x^2 - 3x + 3$. On note respectivement $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ leurs courbes représentatives dans un repère.

1. Déterminer les coordonnées des points communs à $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.
2. Déterminer les équations des tangentes à ces courbes en chacun de ces points.
3. Tracer sur l'écran de votre calculatrice ces deux courbes ainsi que les tangentes déterminées à la question précédente.

Exercice 3.
Soit f, g et h les fonctions définies sur $\mathbf{R}$ par :

$$f(x) = x^2 + 1; \quad g(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{2}; \quad h(x) = -x^2 + 4x - 1$$

1. Calculer les dérivées de chacune de ces trois fonctions et étudier leur signe.
2. Dresser le tableau de variation de ces trois fonctions sur l'intervalle $[-4\,;\,4]$.
3. Montrer que les courbes représentatives de ces trois fonctions passent toutes les trois par un même point A dont on déterminera les coordonnées.
4. Montrer que les trois courbes admettent la même tangente T en A.
5. Chacune des courbes admet-elle une tangente parallèle à la droite d d'équation $y = -2x$? Si oui, préciser en quel(s) point(s) et déterminer leur(s) équation(s).

Exercice 4.
Soit f la fonction définie sur $\mathbf{R} \setminus \{2\}$ par $f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{x-2}$ où a, b et c sont trois réels. On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

1. Déterminer les réels a, b et c pour que $\mathscr{C}$ ait les propriétés suivantes :
   – $\mathscr{C}$ passe par $A(0; 5)$;
   – la tangente à $\mathscr{C}$ au point A est parallèle à l'axe des abscisses ;
   – la tangente à $\mathscr{C}$ au point B d'abscisse 1 a pour coefficient directeur -3.
2. Étudier les variations de la fonction ainsi obtenue.

Exercice 5.
Soit f la fonction définie pour $x \neq -1$ par $f(x) = \frac{x^2+2x-1}{x+1}$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

1. Déterminer les éventuels points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ avec les axes du repère.
2. Déterminer $f'(x)$ pour $x \neq -1$.
3. Étudier le signe de $f'(x)$.
4. Dresser le tableau de variation de f sur $[-6\,;\,4]$.
5. Déterminer les équations des tangentes à $\mathscr{C}_f$ aux points d'abscisses 0 et 1.
6. Tracer ces tangentes et $\mathscr{C}_f$.

Exercice 6.
Soit f la fonction définie sur $\mathbf{R}$ par $f(x) = x^3+4x^2-3x-1$. On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

1. Déterminer $f'(x)$ et étudier son signe.
2. Dresser le tableau de variation de f sur $[-5\,;\,2]$.
3. Déterminer une équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ aux points d'abscisses 0 et 1.
4. Tracer ces tangentes et $\mathscr{C}_f$.

Exercice 7.
Partie A
Soit g la fonction définie sur $\mathbf{R}$ par $g(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$.

1. Déterminer $g'(x)$ et étudier son signe.
2. En déduire le tableau de variation de g sur $[-4\,;\,4]$.
3. Calculer $g(-2)$, puis $g(1)$ et enfin $g(3)$.
4. Montrer que pour $x \in [-4\,;\,-2[$, $g(x) < 0$.
5. Montrer que pour $x \in]-2\,;\,1[$, $g(x) > 0$.
6. Dresser, sans justifier davantage, le tableau de signes de g sur $[-4\,;\,4]$.

Partie B
Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 6x + 4$.

1. Montrer que $f'(x) = g(x)$.
2. En déduire le tableau de variation de f sur $[-4\,;\,4]$.
3. Tracer l'allure de la courbe $\mathscr{C}_f$ dans un repère.