

La première étape consiste à convertir les volumes et les masses qui ne sont pas dans les mêmes unités :  $2 \text{ m}^3 = 2000 \text{ dm}^3$  et  $1,2 \text{ tonnes} = 1\,200 \text{ kg}$ .

La contrainte de charge maximale du camion nous donne comme inéquation :  $30x + 15y \leq 1\,200$ . En simplifiant par 15 on obtient :  $2x + y \leq 80$ .

La contrainte de volume du camion donne :  $40x + 40y \leq 2\,000$ . En simplifiant par 40 on obtient  $x + y \leq 50$ .

La contrainte de coût du chargement donne :  $20x + 40y \leq 1\,700$ . En simplifiant par 20 on obtient :  $x + 2y \leq 85$ .

Enfin,  $x$  et  $y$  sont des nombres de cartons donc ils sont positifs ou nuls (et sont des entiers !) :  $x \geq 0$  et  $y \geq 0$ .

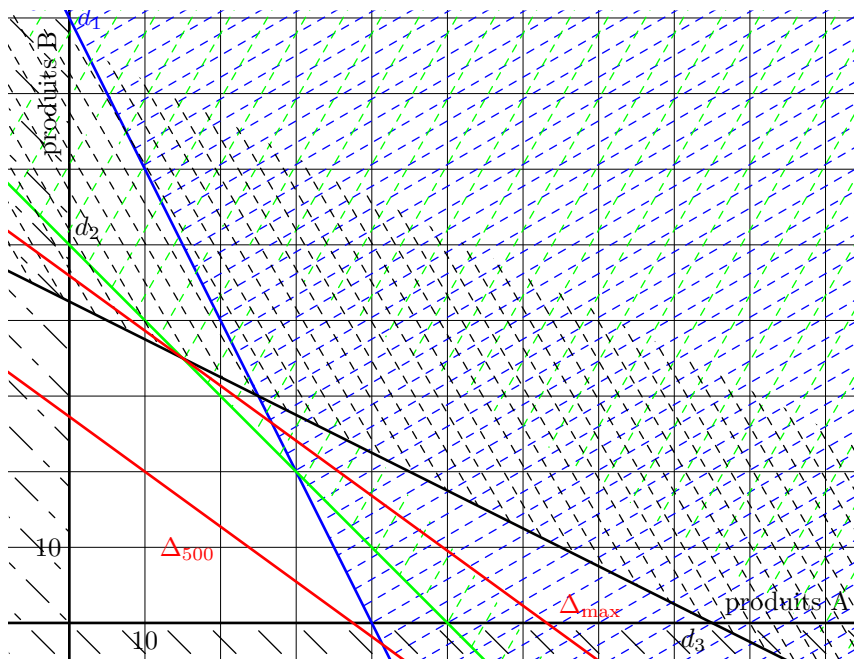
Finalement, le système des contraintes est le suivant :

$$\begin{cases} x \geq 0; y \geq 0 \\ 2x + y \leq 80 \\ x + y \leq 50 \\ x + 2y \leq 85 \end{cases}$$

Soit  $d_1 : 2x + y = 80$  ; elle passe par  $A(0; 80)$  et  $B(40; 0)$ . Si on remplace  $x$  et  $y$  par les coordonnées de  $O$  dans l'inéquation  $2x + y \leq 80$ , on obtient une inégalité qui est vraie ( $0 \leq 80$ ) donc  $O$  appartient au demi-plan solution : on hachure l'autre demi-plan.

Par un raisonnement analogue, on trace  $d_2 : x + y = 50$  passant par  $C(50; 0)$  et  $D(0; 50)$  et on hachure le demi-plan qu'elle délimite ne contenant pas  $O$  ; puis  $d_3 : x + 2y = 85$  passant par  $E(85; 0)$  et  $F(25; 30)$  en hachurant le demi-plan qu'elle délimite ne contenant pas  $O$ .

On obtient la figure ci-dessous :



Exprimons le bénéfice  $b$  réalisé sur la tournée en fonction des nombres de cartons de produits A et B emportés :  $b = 200 + 8x + 11y$ . À chaque bénéfice  $b$  correspond une droite  $\Delta_b$  d'équation réduite  $y = -\frac{8}{11}x + \frac{b-200}{11}$ . On a tracé sur le graphique  $\Delta_{500}$ .

Toutes les droites  $\Delta_b$  ayant le même coefficient directeur ( $m = -\frac{8}{11}$ ), elles sont parallèles entre elles. Pour obtenir un bénéfice maximal, il faut donc tracer la droite  $\Delta_{\max}$  passant par un point du polygone des contraintes et ayant l'ordonnée à l'origine la plus grande possible.

Ainsi, la droite  $\Delta_{\max}$  est celle passant par le point  $G(15; 35)$  correspondant donc à un chargement de 15 cartons de produits A et 35 cartons de produits B.

Le représentant réalise alors un bénéfice de  $b = 200 + 8 \times 15 + 11 \times 35 = 705\text{€}$ .