

La première étape consiste à convertir les volumes et les masses qui ne sont pas dans les mêmes unités : $2 \text{ m}^3 = 2000 \text{ dm}^3$ et $1,2 \text{ tonnes} = 1\,200 \text{ kg}$.

La contrainte de charge maximale du camion nous donne comme inéquation : $30x + 15y \leq 1\,200$. En simplifiant par 15 on obtient : $2x + y \leq 80$.

La contrainte de volume du camion donne : $40x + 40y \leq 2\,000$. En simplifiant par 40 on obtient $x + y \leq 50$.

La contrainte de coût du chargement donne : $20x + 40y \leq 1\,700$. En simplifiant par 20 on obtient : $x + 2y \leq 85$.

Enfin, x et y sont des nombres de cartons donc ils sont positifs ou nuls (et sont des entiers!) : $x \geq 0$ et $y \geq 0$.

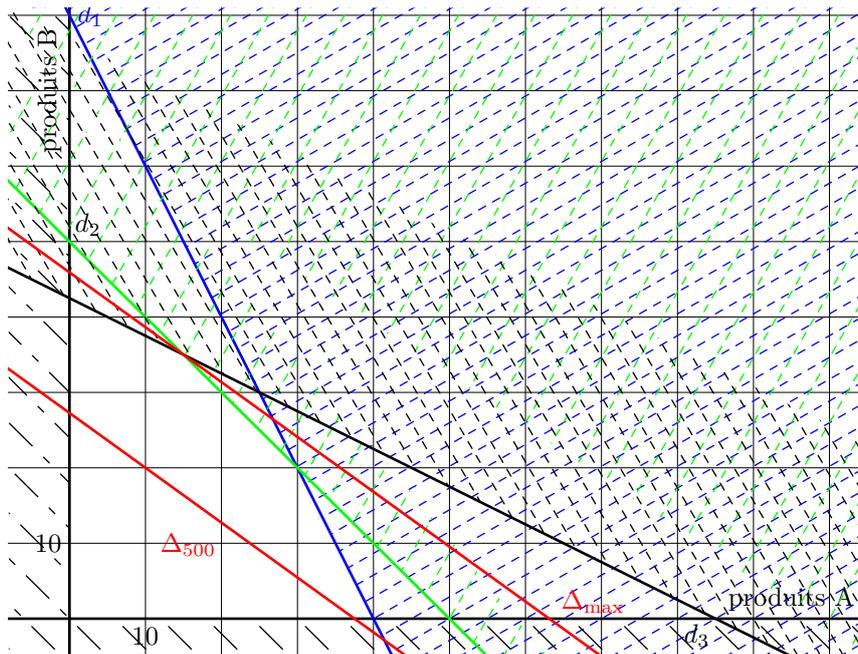
Finalement, le système des contraintes est le suivant :

$$\begin{cases} x \geq 0; y \geq 0 \\ 2x + y \leq 80 \\ x + y \leq 50 \\ x + 2y \leq 85 \end{cases}$$

Soit $d_1 : 2x + y = 80$; elle passe par $A(0; 80)$ et $B(40; 0)$. Si on remplace x et y par les coordonnées de O dans l'inéquation $2x + y \leq 80$, on obtient une inégalité qui est vraie ($0 \leq 80$) donc O appartient au demi-plan solution : on hachure l'autre demi-plan.

Par un raisonnement analogue, on trace $d_2 : x + y = 50$ passant par $C(50; 0)$ et $D(0; 50)$ et on hachure le demi-plan qu'elle délimite ne contenant pas O ; puis $d_3 : x + 2y = 85$ passant par $E(85; 0)$ et $F(25; 30)$ en hachurant le demi-plan qu'elle délimite ne contenant pas O .

On obtient la figure ci-dessous :



Exprimons le bénéfice b réalisé sur la tournée en fonction des nombres de cartons de produits A et B emportés : $b = 200 + 8x + 11y$. À chaque bénéfice b correspond une droite Δ_b d'équation réduite $y = -\frac{8}{11}x + \frac{b-200}{11}$. On a tracé sur le graphique Δ_{500} .

Toutes les droites Δ_b ayant le même coefficient directeur ($m = -\frac{8}{11}$), elles sont parallèles entre elles. Pour obtenir un bénéfice maximal, il faut donc tracer la droite Δ_{\max} passant par un point du polygone des contraintes et ayant l'ordonnée à l'origine la plus grande possible.

Ainsi, la droite Δ_{\max} est celle passant par le point $G(15; 35)$ correspondant donc à un chargement de 15 cartons de produits A et 35 cartons de produits B.

Le représentant réalise alors un bénéfice de $b = 200 + 8 \times 15 + 11 \times 35 = 705\text{€}$.